

Аннотация дисциплины Б.1.1.7 Дисциплина. Математика

Дисциплина "Математика" изучается обучающимися по основной профессиональной образовательной программе "Охрана окружающей среды" направления подготовки "05.03.06 Экология и природопользование".

Дисциплина изучается в 1, 2 семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 252/7 часов/з.ед. Самостоятельная работа заключается в выполнении работ, указанных в разделе 4.

В ходе изучения дисциплины осуществляется текущий контроль в форме технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической карты дисциплины, размещенной на электронном курсе, а также промежуточный контроль в форме зачет, экзамен.

Целью изучения дисциплины является формирование следующих компетенций:

1. ОПК-1 Способен принимать базовые знания фундаментальных разделов наук о Земле, естественно-научного и математического циклов при решении задач в области экологии и природопользования²
2. УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

В ходе изучения дисциплины последовательно рассматриваются темы:

1. № 1. Введение в курс математики. Понятие матрицы. Квадратные матрицы. Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам первой строки. Определители n-го порядка. Основные свойства определителей. Теорема о разложении определителя по элементам произвольного ряда. Теорема об аннулировании определителя.
2. № 2. Системы линейных уравнений. Основные понятия: решение системы, совместные и несовместные системы, определенные и неопределенные системы, однородные и неоднородные системы. Решение систем методом Крамера. Условие существования нетривиального решения однородной системы. Матричная запись и решение в матричной форме систем линейных уравнений. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
3. № 3. Скалярные и векторные физические величины. Векторы, основные понятия. Равенство векторов. Линейные операции над векторами, свойства. Орт вектора. Теорема (признак коллинеарности векторов в геометрической форме). Проекция точки на ось. Составляющая вектора. Проекция вектора на ось, свойства проекций. Прямоугольная система координат. Координаты вектора 2 и точки. Разложение вектора на составляющие по осям координат. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора. Для векторов, заданных своими координатами: условие равенства, линейные операции, признак коллинеарности векторов. Определение проекций вектора, заданного координатами начальной и конечной точек. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты сомножителей. Некоторые приложения скалярного произведения. Правая и левая тройка векторов. Векторное произведение векторов его свойства. Выражение векторного произведения в координатной форме. Механический смысл и некоторые приложения векторного произведения (вычисление площади треугольника и параллелограмма, момент силы, угловая скорость). Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл и свойства. Запись смешанного произведения в координатной форме. Некоторые приложения смешанного произведения (вычисление объема параллелепипеда, треугольной пирамиды).
4. №4. Предмет аналитической геометрии. Метод координат. Соответствие между геометрическими образами (объектами) и уравнениями. Линии на плоскости и их уравнения. Две основные задачи аналитической геометрии на плоскости. Прямая

линия на плоскости. Уравнение прямой линии, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой с нормальным вектором и точкой. Общее уравнение прямой на плоскости и его частные случаи. Геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении прямой. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и начальной ординатой. Геометрический смысл коэффициентов. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Угол между прямыми, условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Их канонические уравнения. Исследование формы кривых второго порядка по каноническим уравнениям. Анализ уравнения второй степени. Построение кривых. Полярная система координат на плоскости, полярные координаты. Связь между декартовыми и полярными координатами. Линии относительно полярной системы координат и их уравнения. Зависимость уравнения линии от выбора систем координат.

5. №5. Аналитическая геометрия в пространстве. Поверхности в пространстве и их уравнения. Две основные задачи аналитической геометрии в пространстве. Плоскость, нормальный вектор плоскости. Уравнение плоскости с нормальным вектором и данной точкой. Общее уравнение плоскости, его исследование. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки, не лежащие на одной прямой. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Линии в пространстве и их уравнения. Прямая в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве. Направляющий вектор прямой. Канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение прямых в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Определение точки пересечения прямой и плоскости.
6. №6. Множества, основные понятия. Поле действительных чисел \mathbb{R} , топология (понятие окрестности точки, ϵ -окрестность точки). Постоянные и переменные величины. Понятие функции, способы их задания, график функции. Основные свойства функций (монотонность, ограниченность, периодичность, четность). Основные элементарные функции, их свойства и графики. Бесконечно малые функции и их свойства. Понятие предела функции в точке и на бесконечности. Горизонтальная асимптота. Асимптотическое разложение функции. Основные теоремы о пределах: предел постоянной, предел суммы, произведения и частного двух функций. Предел сложной функции. Теоремы об ограниченности функции, имеющей предел, о сохранении знака функции и ее предела, о предельном переходе в неравенстве, о пределе сложной функции. Бесконечно большая функция. Вертикальная асимптота. Наклонная асимптота графика функции. Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой функции. Первый и второй замечательные пределы и следствия из них. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их свойства. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке. Асимптотическое выражение для непрерывной функции в малой окрестности точки. Основные свойства функций, непрерывных в точке. Точки разрыва функции, их классификация (точка устранимого разрыва, точка разрыва 1-го и 2-го рода, скачок функции). Непрерывность функции на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
7. №7. Линейная аппроксимация (линеаризация) функции в окрестности точки. Определение дифференцируемой функции. Приращение функции и дифференциал. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Производная

функции. Связь между дифференцируемостью функции и существованием у нее производной. Дифференциал независимой переменной. Производная как отношение дифференциалов. Понятие касательной к кривой. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Производная и дифференциал постоянной, суммы, разности, произведения, частного функций. Производная и дифференциал сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных. Производная функции, заданной параметрически. неявно заданная функция, и ее производная. Применение линейной аппроксимации функции (дифференциала) к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл производной второго порядка.

8. №8. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши их геометрический смысл. Формула конечных приращений. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функции на интервале. Достаточный признак возрастания, убывания, постоянства функции на интервале. Точки экстремума и экстремум функции. Необходимый признак существования экстремума функции. Первый и второй достаточные признаки существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке, алгоритм нахождения.
9. № 9. Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточный признак выпуклости и вогнутости графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение графиков функций.
10. № 1. Некоторые понятия топологии (окрестность точки, внутренняя точка множества, открытое множество, замкнутое множество, связность). Функция двух и нескольких переменных как функция точки. Естественная область определения. Геометрическое изображение функции двух переменных. Поверхности 2-го порядка, их построение. Построение областей (тел), получаемых пересечением поверхностей. Линии и поверхности уровня. Приращение функции двух переменных. Предел и непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
11. № 2. Частные производные и дифференциалы первого порядка, их геометрический смысл. Приращение линейной функции, линейная аппроксимация функции в окрестности точки. Дифференцируемость функции двух переменных. Полный дифференциал. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные высших порядков, условие равенства смешанных производных. Производная функции заданной неявно. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума и его геометрический смысл. Достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в ограниченной замкнутой области и алгоритм нахождения. Производная по направлению. Градиент и его свойства.
12. № 3 Первообразная функция. Теорема о разности двух первообразных. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица простейших интегралов. Инвариантность вида интеграла от выбора аргумента (принцип подведения под знак дифференциала). Основные методы интегрирования: непосредственное, интегрирование подстановкой или введение новой переменной, интегрирование по частям. Простейшие дроби. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование простейших иррациональностей: (линейной, квадратичной). Интегрирование тригонометрических функций. Понятие о «неберущихся» интегралах.

13. № 4. Задача о площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Теорема о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу. Формула Ньютона-Лейбница. Связь определенного интеграла с неопределенным интегралом. Свойства определенного интеграла. Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.
14. № 5. Численные методы нахождения определенных интегралов (формула прямоугольников и трапеций). Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Интеграл Пуассона. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей, длины дуги, объема тела по площадям поперечных сечений, объема тела вращения. Вычисление массы прямого стержня.
15. № 6. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия и определения: дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения, решения дифференциального уравнения, интегральной кривой. Дифференциальные уравнения первого порядка. Семейство интегральных кривых. Начальное условие. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными, методы их решения. Однородные дифференциальные уравнения, методы их решения. Линейные уравнения первого порядка, их решение методом Бернулли. Дифференциальные уравнения второго порядка. Начальные условия. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решение дифференциального уравнения второго порядка. Простейшие дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
16. № 7. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка, основные понятия. Теорема Коши. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейная зависимость функций. Теорема о структуре общего решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Три случая корней характеристического уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка, теорема о структуре общего решения. Метод неопределенных коэффициентов решения линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольной постоянной. Понятие о системах дифференциальных уравнений. Решение нормальных систем уравнений первого порядка методом исключения неизвестной.
17. № 8. Числовая последовательность и ее предел. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимый признак сходимости. Свойства числовых рядов. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Гармонический ряд, обобщенный гармонический ряд. Ряд геометрической прогрессии. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Степенные ряды. Теорема Абеля. Конструкция области сходимости. Радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Приложения рядов к приближенным вычислениям значений функций и определенных интегралов.
18. № 9. Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена.

Основными стратегическими образовательными технологиями являются: лекционные занятия, практические занятия, процедуры самообучения.

В рамках указанных технологий применяются тактические образовательные технологии: задания, информационные, классическая лекция.